

**Pengujian Kesahihan Pemadanan  
untuk Taburan Nilai Ekstrim Jenis I  
(*Goodness-of-fit Test  
for Extreme Value Type I Distribution*)**

<sup>1</sup>Ani Shabri & <sup>2</sup>Abdul Aziz Jemain

<sup>1</sup>Jabatan Matematik, Fakulti Sains  
Universiti Teknologi Malaysia, 81310 UTM Skudai, Johor

<sup>2</sup>Pusat Pengajian Sains Matematik, Fakulti Sains dan Teknologi  
Universiti Kebangsaan Malaysia, 43600 Bangi, Selangor

e-mail: <sup>1</sup>ani@utm.my, <sup>2</sup>azizj@ukm.my

**Abstrak** Kajian ini cuba menyelidik sifat-sifat pengujian kesahihan pemadanan statistik Kolmogorov-Smirnov (KS), Cramer-von Mises (CM), Anderson-Darling (AD), Watson (W) dan pekali korelasi (R) bagi taburan Nilai Ekstrim Jenis-1 (EV1). Parameter taburan EV1 dianggarkan menggunakan kaedah L-momen (LMOM), momen (MOM) dan kuasa dua terkecil (KDT). Untuk setiap pengujian statistik, teknik Monte-Carlo digunakan untuk menjana nilai kritikal untuk sampel bersaiz 5(5)50 dan 50(10)100. Kekuatan pengujian kesesuaian statistik dikaji menggunakan taburan General Extreme Value (GEV). Hasil kajian menunjukkan bahawa kaedah kuasa dua terkecil dengan simetri tertib memberikan hasil yang lebih baik berbanding kaedah L-momen dan momen. Kajian ini menunjukkan statistik AD lebih berupaya berbanding pengujian statistik yang lain dan dicadangkan digunakan dalam kajian selanjutnya.

**Katakunci** Kolmogorov-Smirnov (K-S); Cramer-von Mises (C-M); Anderson-Darling; Watson (W) dan pekali korelasi (R); Extreme-Value Jenis-1; L-Momen.

**Abstract** This study investigates the properties of goodness-of-fit test using the Kolmogorov-Smirnov (KS), Cramer-von Mises (CM), Anderson Darling (AD), Watson (W) and probability plot correlation coefficient (R) statistics for goodness-of-fit test for extreme value type-1 (EV1) distribution. The parameters of EV1 are estimated by the L-moment (LMOM), moment (MOM) and least-square (LS) method. For each test, Monte Carlo techniques are used to generate critical values for sample sizes 5(5)50 and 50(10)100. The power of the goodness-of-fit tests are investigated under General Extreme Value (GEV) distribution. The power comparison shows that the LS is combined with the symmetrical rank gives more powerful results than LMOM and MOM for all statistics. Our study shows that the AD statistic is most powerful among the methods and is recommended for future study.

**Keywords** Kolmogorov-Smirnov (K-S); Cramer-von Mises (C-M); Anderson-Darling; Watson (W) and correlation coefficient (R); Extreme-Value Type-1, L-Moment.

## 1 Pengenalan

Sebelum sesuatu taburan digunakan untuk menggambarkan populasi sesuatu set data tertentu, adalah penting data tersebut diuji kesesuaiannya dengan model yang diandaikan. Ujian kesahihan pemadanan biasanya digunakan untuk mengukur darjah kesesuaian antara taburan cerapan data sampel dengan teori taburan statistik. Penggunaan ujian statistik yang mempunyai kekuatan yang tinggi adalah begitu penting. Ini kerana jika ujian statistik

mempunyai kekuatan yang rendah digunakan ia boleh menyebabkan kebarangkalian penerimaan hipotesis yang palsu meningkat.

Sehingga kini belum ada kesepakatan ahli statistik bagi menentukan pengujian statistik yang paling sesuai untuk dijadikan pengujian statistik yang piawai. Pengujian statistik khi-kuasa dua (KKD) dan Kolmogorov-Smirnov (KS) sering digunakan untuk menguji kesesuaian model. Pengujian KKD didapati tidak sesuai untuk sampel bersaiz kecil dan untuk kebanyakan kes. Pengujian statistik KS lebih sesuai untuk sampel bersaiz kecil dan ianya bergantung kepada plot kedudukan kebarangkalian. Phien dan Arbhabhirama [9] telah membandingkan nilai pengujian statistik Anderson-Darling (AD) berdasarkan kaedah kebolehjadian maksimum (KM) dan kaedah momen (MOM) bagi taburan EV1. Beliau mendapati kaedah KM adalah lebih baik berbanding kaedah MOM.

Park dan Seoh [8] telah mempertimbangkan statistik KS, Cramer-von Mises (CM) dan AD untuk digunakan sebagai pengujian kesesuaian bagi model proses 'power-law'. Hasil kajian yang dijalankan menunjukkan statistik CM lebih peka berbanding statistik KS dan AD untuk sampel bersaiz  $n \geq 20$ .

Famoye [3] telah menguji kekuatan pengujian statistik KS, CM, AD dan W terhadap taburan logaritma siri teritlak. Hasil kajian berdasarkan kaedah simulasi Monte Carlo menunjukkan statistik CM dan AD adalah yang terbaik berbanding pengujian statistik yang lain.

Shimokawa & Liao [11] telah menguji kekuatan pengujian AD, KS dan CM menggunakan kaedah KDT (berdasarkan min, median dan simetri tertib) dan KM. Hasil kajian yang dijalankan menunjukkan bahawa statistik AD adalah lebih berupaya berbanding statistik KS dan CM berdasarkan gabungan kaedah KDT dan simetri tertib berbanding KM. Manakala kaedah KM memberikan kekuatan pengujian statistik CM lebih baik berbanding kaedah KDT.

Pengujian statistik pekali korelasi telah diperkenalkan oleh Filliben dalam tahun 1975 dan telah meluas digunakan dalam statistik dan hidrologi (Vogel & Kroll [13], Fill & Steidinger [4], Onoz & Bayazit [6,7]). Pengujian ini ringkas, mudah dan begitu berupaya dan setanding dengan ujian statistik yang lain. Ia juga didapati sesuai digunakan untuk sebarang taburan (Vogel [12]) dan ianya didapati lebih baik berbanding statistik KKD dan KS (Onoz & Bayazit [7]).

Dalam kajian ini, pengujian statistik KS, CM, AD W dan R dibangunkan untuk taburan EV1 dengan parameter tak diketahui. Kaedah penganggar LMOM dan MOM yang sering digunakan dalam hidrologi digunakan untuk menganggar parameter. Untuk setiap pengujian statistik, teknik Monte Carlo digunakan untuk menjana nilai kritikal bagi taburan EV1. Kekuatan pengujian statistik diuji menggunakan taburan taburan GEV. Kesan perubahan parameter taburan GEV terhadap kekuatan pengujian statistik dikaji. Keupayaan kaedah dan kekuatan pengujian statistik ini kemudiannya diuji dan dibandingkan dengan hasil yang diperolehi oleh Shimokawa & Liao [11].

## 2 Taburan Nilai Ekstrim Jenis 1

Taburan Nilai Ekstrim Jenis 1 (Extreme Value Type 1 (EV1)) atau dikenali sebagai taburan Gumbel telah diperkenalkan oleh Gumbel dalam tahun 1941 (Cunnane [1]). Taburan ini merupakan salah satu taburan ekstrim yang begitu terkenal dan sering digunakan dalam analisis frekuensi bagi kejadian ekstrim seperti banjir, ribut taufan, kemarau dan seba-

gainya. Taburan ini telah digunakan dengan jayanya dalam memodelkan aliran banjir atau hujan maksimum dan telah dijadikan taburan piawai oleh beberapa buah negara seperti Australia, Kanada, Thailand dan lain-lain negara (Cunnane [1]).

Fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi taburan EV1 boleh ditulis sebagai (lihat Jain & Singh [5])

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left\{ -\frac{x-\xi}{\alpha} - \exp \left( -\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right\}, \quad (1)$$

dengan  $\alpha (\alpha > 0)$  ialah parameter lokasi,  $\xi$  parameter skala dan  $-\infty < x < \infty$ . Fungsi taburan kumulatif (ftk) bagi taburan EV1 adalah

$$F(x) = \exp \left\{ -\exp \left( -\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right\}, \quad (2)$$

dengan min, varians, dan pekali kepencongan masing-masing adalah

$$\mu = \xi + 0.57722\alpha, \quad (3)$$

$$\sigma^2 = \frac{\pi^2}{6}\alpha^2,$$

$$\gamma = 1.1396.$$

Kuantil peringkat  $p$  bagi taburan EV1 adalah

$$x_p = \mu - \sigma \ln(-\ln(p)). \quad (4)$$

## 2.1 Kaedah Menganggar Parameter

Terdapat banyak kaedah yang berupaya untuk menganggar parameter taburan EV1. Kaedah yang biasa digunakan adalah kaedah MOM, KM dan LMOM. Kaedah KM didapati paling efektif kerana ianya didapati menghasilkan varians pensampelan yang terkecil berbanding kaedah yang lain. Bagaimanapun kaedah ini didapati menghasilkan pincang yang besar terutama apabila sampel bersaiz kecil. Parameter yang dianggarkan menggunakan kaedah ML begitu rumit dan memerlukan kaedah lelaran. Kadang-kala kaedah ini gagal digunakan (Jain & Singh [5]).

Kaedah MOM adalah kaedah yang mudah dan meluas digunakan. Bagaimanapun kaedah ini menghasilkan pincang yang tinggi terutama apabila saiz sampel adalah besar atau taburan mempunyai banyak parameter (tiga atau lebih).

Kaedah L-momen merupakan kaedah yang terkini yang begitu meluas digunakan kerana pengiraannya ringkas, menghasilkan anggaran parameter hampir tanpa bias dan setanding dengan kaedah KM (Onoz & Bayazit [6]). Kaedah ini juga dapat menganggarkan dengan lebih tepat berbanding kaedah KM untuk sampel bersaiz kecil.

Dalam kajian ini hanya kaedah L-momen dan momen dipertimbangkan. Kaedah ini akan dibandingkan dengan kaedah kuasa dua terkecil (KDT) yang telah dicadangkan oleh Shimokawa & Liao [11].

### 2.1.1 Kaedah Momen

Anggaran parameter EV1 menggunakan kaedah momen (MOM) diperolehi dengan menyamakan min dan varians sampel dengan min dan varians populasi. Anggaran parameter taburan EV1 menggunakan kaedah MOM diberikan oleh Raynal dan Salas [10]

$$\alpha = \frac{1.28255}{s}, \quad (5)$$

$$\xi = \bar{x} - 0.45001 s,$$

dengan  $\bar{x}$  dan  $s$  adalah min dan sisihan piawai sampel masing-masing.

### 2.1.2 Kaedah L-Momen

Anggaran parameter EV1 berdasarkan kaedah L-Momen (LMOM) diberikan oleh

$$\xi = M_0 - 0.5772\alpha, \quad (6)$$

dan

$$\alpha = \frac{M_0 - 2M_1}{\log(2)},$$

dengan penganggar tanpa bias bagi  $M_k$  dengan  $k$  adalah integer bukan negatif diberikan oleh

$$M_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \binom{n-i}{k} \bigg/ \binom{n-1}{k}, \quad (7)$$

dengan  $x_i$ ,  $i=0, 1, 2, \dots, n$  adalah statistik tertib.

### 2.1.3 Kaedah Kuasa Dua Terkecil

Anggaran bagi  $\alpha$  dan  $\beta$  menggunakan kaedah kuasa dua terkecil (KDT) diberikan oleh Shimokawa & Liao [7] seperti berikut:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot c_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n c_i}{\sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2}, \quad (8)$$

$$\xi = \bar{x} - \alpha \cdot \bar{c}$$

dengan  $c_i = \ln[-\ln(1 - p_i)]$ ,  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  adalah statistik tertib dan

- (i)  $p_i$  = kebarangkalian populasi berpadanan dengan median bagi taburan tertib ke- $i$  ditakrifkan sebagai

$$0.5 = i \cdot \binom{n}{i} \int_0^{p_i} t^{i-1} \cdot (1-t)^{n-i} dt, \quad (9)$$

- (ii)  $p_i$  = kebarangkalian populasi berpadanan dengan min bagi taburan tertib ke- $i$  ditakrifkan sebagai

$$p_i = \frac{i}{n+1}, \quad (10)$$

- (iii)  $p_i$  = kebarangkalian populasi berpadanan dengan simetri bagi taburan tertib ke- $i$  ditakrifkan sebagai

$$p_i = \frac{i - 0.5}{n}. \quad (11)$$

### 3 Pengujian Kesesuaian Taburan

Ujian kesahihan pemadanan digunakan untuk mengukur darjah kesesuaian antara taburan cerapan data sampel dengan teori taburan statistik. Dalam kebanyakan kes, ujian statistik digunakan untuk menentukan samada untuk menolak atau menerima hipotesis bahawa sesuatu data tertabur dengan taburan yang hendak diuji berdasarkan nilai kritikal yang tertentu. Antara pengujian statistik yang digunakan adalah:

- (i) Ujian Kolmogorov-Smirnov (KS). Ujian statistik ini adalah berdasarkan perbezaan maksimum antara fungsi taburan kumulatif ( $ftk$ ) populasi dan  $ftk$  sampel untuk sampel bersaiz  $n$ . Statistik KS bagi sampel tertib  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ditakrifkan sebagai

$$KS = \max(D^+, D^-) \quad (12)$$

$$\text{dengan } D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left( \frac{i}{n} - F(x) \right) \text{ dan } D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left( F(x) - \frac{i-1}{n} \right).$$

- (ii) Ujian Cramer-Von Misses (CM). Ujian ini adalah berdasarkan kepada kamiran bagi perbezaan antara  $ftk$  dan fungsi taburan empirik kuasa dua. Rumus pengiraan ujian ini diberikan oleh

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ F(x) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2. \quad (13)$$

- (iii) Ujian Watson (W). Ujian statistik ini adalah variasi bagi statistik CM, dengan rumusnya diberikan oleh

$$W = n^2 \sum_{i=1}^n d_i^2 - n \left( \sum_{i=1}^n d_i \right)^2, \quad (14)$$

$$\text{dengan } d_i = \frac{F(x_i) - \frac{i}{n+1}}{\sqrt{i(n-i+1)}}.$$

- (iv) Ujian Anderson-Darling (AD). Rumus untuk mengira ujian statistik ini diberikan oleh

$$A_n^2 = - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} [\ln(F_0(x_i)) + \ln(1 - F_0(x_{n+1-i}))] - n. \quad (15)$$

- (v) Ujian Korelasi Plot Kebarangkalian ( $R$ ): Ujian ini menggunakan pekali korelasi,  $R$  untuk mengukur korelasi antara cerapan tertib dan kuantil  $x_{p_i} = F^{-1}(x)$  yang berpadanan, yang ditentukan oleh kedudukan memplot  $p_i$  untuk setiap  $x_i$ . Jika sesuatu sampel yang diuji benar-benar tertabur dengan hipotesis taburan yang hendak diuji, pekali korelasi akan menghampiri nilai 1. Pekali korelasi boleh ditulis sebagai

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (x_p - \bar{x}_p)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (x_p - \bar{x}_p)^2}} \quad (16)$$

#### 4 Nilai Kritikal

Dalam kajian ini, sampel rawak dari taburan EV1 dijana menggunakan simulasi Monte-Carlo untuk mendapatkan nilai kritikal bagi pengujian statistik. Sampel bersaiz  $n = 5(5)50$  dan  $60(10)100$  dijana dengan setiap sampel diulangi sebanyak  $N = 50000$  untuk menghasilkan nilai kritikal pengujian statistik pada  $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$  dan  $0.5$ . Nilai kritikal untuk pengujian statistik diperolehi berdasarkan langkah-langkah berikut:

- (i) Satu sampel  $n$  dari pembolehubah rawak  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  dijana dari taburan EV1. Pembolehubah rawak disusun secara menaik supaya  $x_1 = Y_{(1)}, x_2 = Y_{(2)}, \dots, x_n = Y_{(n)}$ .
- (ii) Penganggar LMOM, MOM dan KDT (min, median dan simetri tertib) digunakan untuk menganggar parameter taburan EV1.
- (iii) Anggaran ujian statistik KS, AD, CM, W dan R dikira dengan menggantikan nilai ftk. dan kuantil  $x_p$  dalam persamaan (2)-(4), dengan nilai anggaran yang diperolehi dari persamaan (5)-(8).
- (iv) Langkah (i)-(iii) diulangi sehingga 50000 kali untuk menghasilkan nilai ujian statistik yang tidak bersandar.
- (v) Untuk setiap ujian, nilai 50000 statistik disusun. Sampel tertib ke 75, 80, 85, 90, 95 dan 99 persentil diperolehi dengan menggunakan interpolasi linear. Nilai persentil ini adalah nilai kritikal pada aras keertian  $\alpha$  pada nilai 0.25, 0.2, 0.15, 0.10, 0.05 dan 0.01.

#### 5 Perbandingan Nilai Kritikal

Nilai kritikal statistik KS, AD, CM, W dan R berdasarkan kaedah L-Momen, momen dan KDT (min, median dan simetri tertib) pada  $\alpha = 0.05$  ditunjukkan dalam Rajah 1.

Rajah 1 menunjukkan apabila sampel bersaiz  $n = 5$ , semua kaedah penganggar menghasilkan nilai kritikal yang hampir sama. Apabila saiz sampel bertambah, kaedah MOM didapati menghasilkan nilai kritikal statistik AD, KS dan CM yang tertinggi, manakala kaedah LMOM menghasilkan nilai kritikal terendah untuk kesemua ujian statistik kecuali statistik R. Nilai kritikal yang diperolehi berdasarkan KDT memberikan nilai kritikal yang

hampir sama untuk kesemua kaedah memplot (min, median dan simetri tertib) yang digunakan kecuali nilai kritikal bagi pengujian statistik W dimana min tertib memberikan nilai yang tertinggi. Nilai kritikal ini berpadanan dengan kajian yang dilakukan oleh Shimokawa & Liao [11].

## 6 Kekuatan Pengujian Statitik

Kekuatan pengujian statistik ditakrifkan sebagai kebarangkalian penolakan hipotesis  $H_0$  bila sampel yang diuji tidak tertabur dengan taburan populasi yang diandaikan tetapi tertabur dengan taburan alternatif.

Dalam kajian ini taburan GEV dipertimbangkan sebagai taburan alternatif. Fungsi ketumpatan kebarangkalian ( $fkk$ ) bagi taburan GEV diberikan oleh Onoz & Bayazit [7]

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - k \left( \frac{x - u}{\alpha} \right) \right]^{1/k-1} e^{-\left[ 1 - k \left( \frac{x - u}{\alpha} \right) \right]^{1/k}}, \quad (17)$$

dengan  $u$ ,  $\alpha$  dan  $k$  adalah parameter lokasi, skala dan bentuk masing-masing.

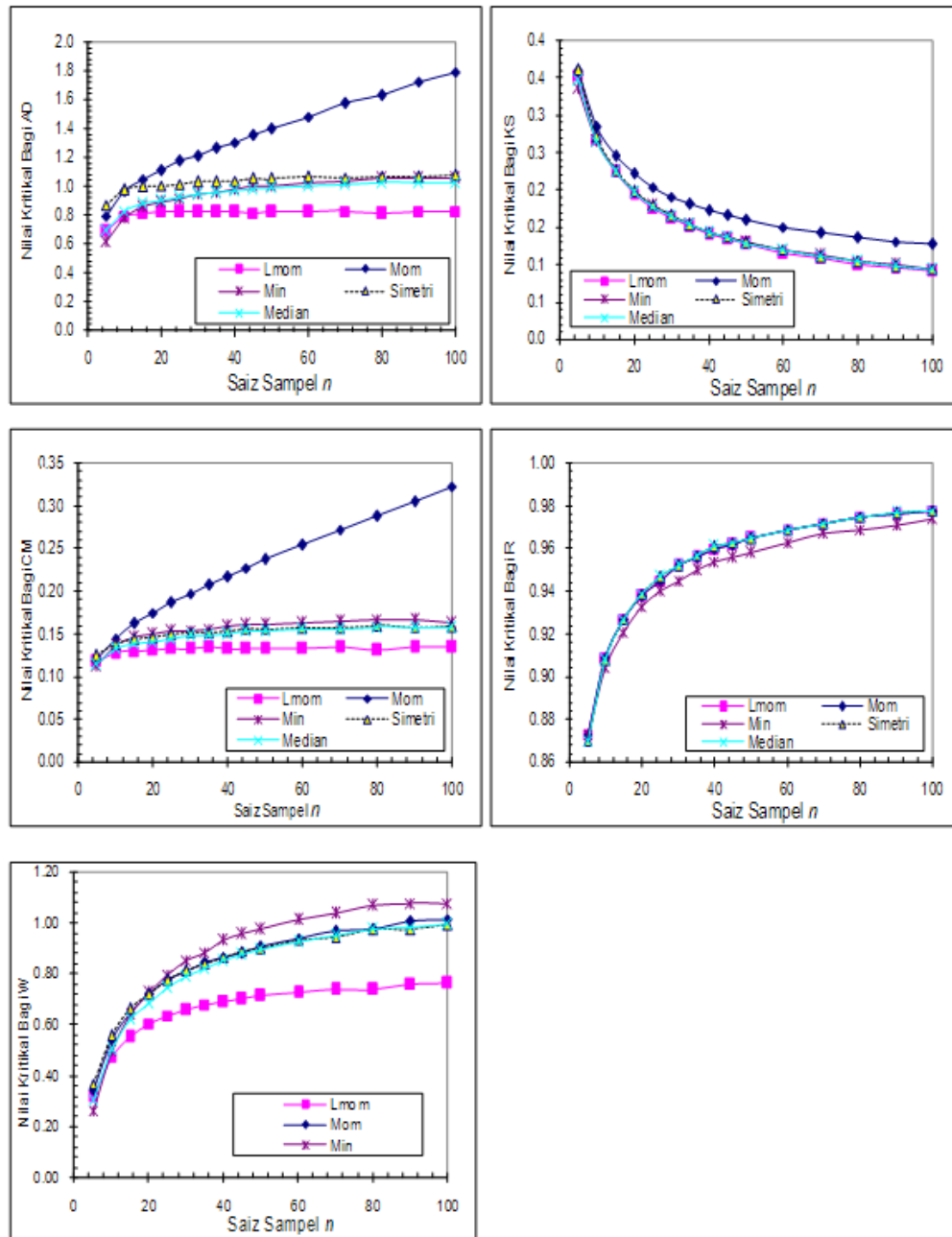
Julat bagi pembolehubah  $x$  bergantung kepada tanda parameter  $k$ . Bila  $k$  negatif pembolehubah  $x$  akan berada dalam julat  $u + \alpha/k < x < \infty$  yang mana ianya sesuai digunakan dalam analisis frekuensi banjir. Bagaimanapun, bila  $k$  positif, pembolehubah  $x$  akan mempunyai had atas dan ianya akan berada dalam julat  $-\infty < x < u + \alpha/k$  yang mana ianya tidak sesuai digunakan dalam analisis frekuensi banjir kecuali jika terdapat bukti bahawa had atas wujud. Bila  $k = 0$ , taburan GEV akan menjadi taburan EV1.

Dalam kajian ini, parameter bagi taburan GEV mengambil nilai  $\alpha = 1$ ,  $u = 5$  dan  $k = -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3$ . Keluk  $fkk$  bagi taburan GEV untuk nilai  $\alpha = 1$ ,  $\mu = 5$  dan  $k$  yang berbeza ditunjukkan dalam Rajah 2.

### 6.1 Menguji Kekuatan Pengujian Statistik

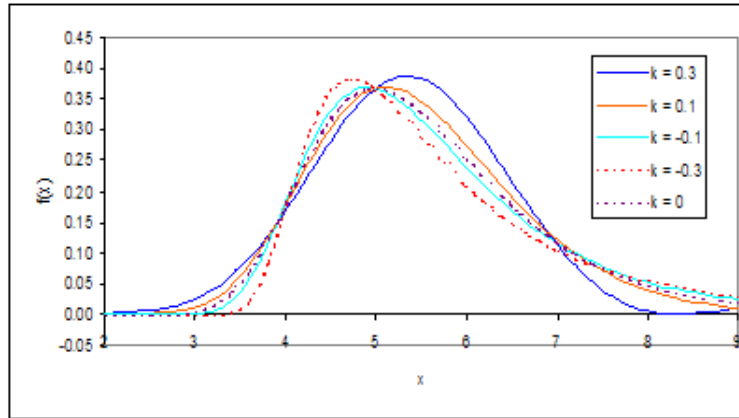
Simulasi Monte-Carlo digunakan untuk menguji kekuatan pengujian statistik pada  $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$  dan  $0.5$ . Sampel bersaiz  $n = 5, 10, 25$  dan  $40$  dijana dari taburan alternatif sebanyak 10000 kali. Untuk setiap saiz sampel, parameter bentuk ( $k$ ) dan  $\alpha$  yang berbeza langkah berikut diikuti:

- (i) Sampel rawak bersaiz  $n$  dijana dari taburan alternatif.
  - (a) Nilai kritikal bagi pengujian statistik KS, AD, CM, W dan R bagi taburan EV1 pada aras keertian dan saiz sampel berlainan ditentukan.
  - (b) Hipotesis nol  $H_0$  ditolak jika statistik ujian untuk setiap  $k$  bagi taburan GEV melebihi nilai kritikal.
  - (c) Langkah 1-3 diulangi 10000 kali untuk menghasilkan 10000 nilai ujian statistik yang tak bersandar.
  - (d) Kekuatan setiap ujian diperolehi dengan mengira bilangan kali hipotesis  $H_0$  ditolak dan dibahagi dengan 10000.



Rajah 1: Nilai Kritikal Bagi Pengujian Statistik AD, KS, CM, R dan W pada  $\alpha = 0.05$





Rajah 2: Fungsi Taburan GEV Dengan Parameter  $\alpha = 1$ ,  $\mu = 5$  dan  $k = -0.3, -0.1, 0, 0.1, 0.3$

## 6.2 Perbandingan Pengujian Statistik

Rajah 3 menunjukkan perbandingan kekuatan pengujian statistik bagi taburan EV1 melawan taburan GEV ( $-0.3 < k < 0.3$ ) pada aras  $\alpha = 0.05$  menggunakan kaedah LMOM, MOM dan KDT untuk sampel bersaiz kecil ( $n = 10$ ) dan besar ( $n = 40$ ).

Keluk kekuatan pengujian statistik bagi taburan EV1 yang dianggarkan menggunakan ketiga-tiga kaedah penganggar adalah hampir sama. Apabila  $k = 0$ , kesemua statistik menghasilkan nilai yang hampir sama iaitu kekuatan pengujian disekitar 0.5. Apabila  $k > 0$  dan  $k < 0$ , kekuatan pengujian statistik untuk kesemua statistik semakin bertambah kecuali statistik KS dan CM bagi kaedah MOM untuk  $k < 0$ .

Statistik AD didapati mempunyai kekuatan pengujian yang lebih tinggi berbanding statistik yang lain apabila  $k > 0$  untuk kesemua kaedah penganggar. Statistik CM didapati terbaik untuk kesemua kaedah pada  $n = 10$  dan kaedah MOM untuk  $n = 40$ , kaedah KDT untuk  $n = 40$ , manakala statistik W terbaik berdasarkan kaedah LMOM dan KDT untuk  $n = 40$  apabila  $k < 0$ . Statistik KS didapati menghasilkan kekuatan yang terendah untuk kesemua kaedah yang digunakan.

Jadual 1 menunjukkan perbandingan kekuatan pengujian statistik bagi taburan EV1 untuk  $n = 5, 10, 25$  dan  $40$  pada  $\alpha = 0.05$ . Keputusan perbandingan berdasarkan nilai min kekuatan pengujian statistik menunjukkan bahawa bila kaedah penganggar L-momen digunakan untuk menganggar parameter taburan EV1, pengujian statistik AD didapati menghasilkan nilai kekuatan pengujian yang tertinggi diikuti oleh statistik W, CM, R dan KS untuk kesemua nilai  $n$  kecuali apabila  $n = 5$ . Kaedah MOM dan KDT pula menghasilkan keputusan yang sama iaitu, statistik AD juga menghasilkan kekuatan yang tertinggi diikuti oleh statistik R, W, CM dan KS. Apabila saiz sampel  $n = 5$ , statistik CM memberikan nilai kekuatan tertinggi manakala KS adalah yang terendah untuk kesemua kaedah penganggar parameter EV1.

Hasil kajian berdasarkan min keseluruhan kekuatan pengujian statistik untuk kesemua nilai  $k$  dan  $n$  didapati kedudukan terbaik kekuatan pengujian statistik dan kaedah

penganggar mengikut susunan adalah seperti berikut: AD-KDT, AD-LMOM, AD-MOM, W-LMOM, R-KDT, CM-LMOM, W-KDT, CM-KDT, R-LMOM, R-MOM, W-MOM, KS-LMOM, CM-MOM, KS-KDT dan KS-MOM.

### 6.3 Perbandingan Kekuatan Pengujian Statistik pada Aras Keertian yang Berbeza

Rajah 4 menunjukkan satu perbandingan kekuatan pengujian statistik bagi taburan EV1 pada aras keertian yang berbeza. Dalam kes ini, hanya kaedah LMOM dan saiz sampel  $n = 25$  dipertimbangkan.

Hasil keputusan yang ditunjukkan dalam Rajah 4 didapati keluk dan kedudukan kekuatan pengujian statistik pada aras kertian  $\alpha = 0.05$  adalah hampir sama dengan aras keertian yang lain. Oleh itu perubahan aras keertian tidak memberi kesan keatas kedudukan pengujian statistik bagi taburan EV1.

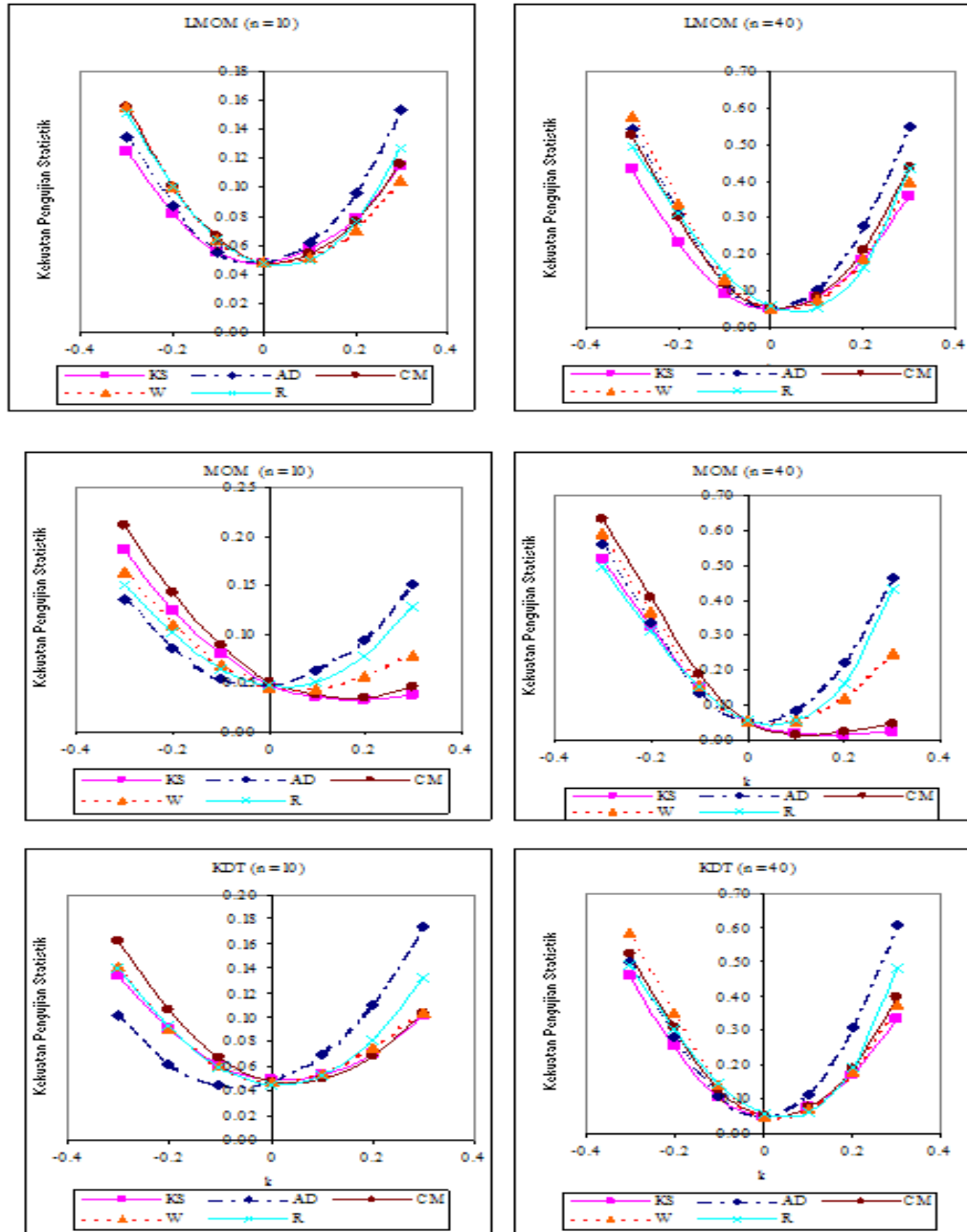
## 7 Perbincangan Dan Kesimpulan

Pengujian statistik didapati begitu berguna kepada penyelidik untuk menilai kesesuaian sesuatu taburan dalam memodelkan masalah tertentu. Kajian ini cuba menyelidiki sifat-sifat pengujian kesesuaian statistik Kolmogorov-Smirnov (K-S), Cramer-von Mises (C-M), Anderson-Darling, Watson (W) dan pekali korelasi (R) untuk taburan Extreme-Value Jenis-1 (EV1). Kaedah LMOM, MOM dan KDT digunakan untuk menganggar parameter populasi. Manakala taburan GEV digunakan untuk menguji kekuatan pengujian kesesuaian statistik bagi taburan EV1. Hasil kajian yang dijalankan menunjukkan bahawa ketiga-tiga kaedah menunjukkan bahawa statistik AD adalah yang terbaik dan sesuai digunakan untuk menguji kesesuaian bagi taburan EV1. Antara ketiga-tiga kaedah penganggar yang digunakan, KDT dengan simetri tertib didapati memberikan nilai kekuatan pengujian yang tertinggi berbanding kaedah LMOM dan MOM. Hasil kajian yang dijalankan adalah berpadanan dengan hasil kajian yang dilakukan oleh Shimokawa & Liao [11].

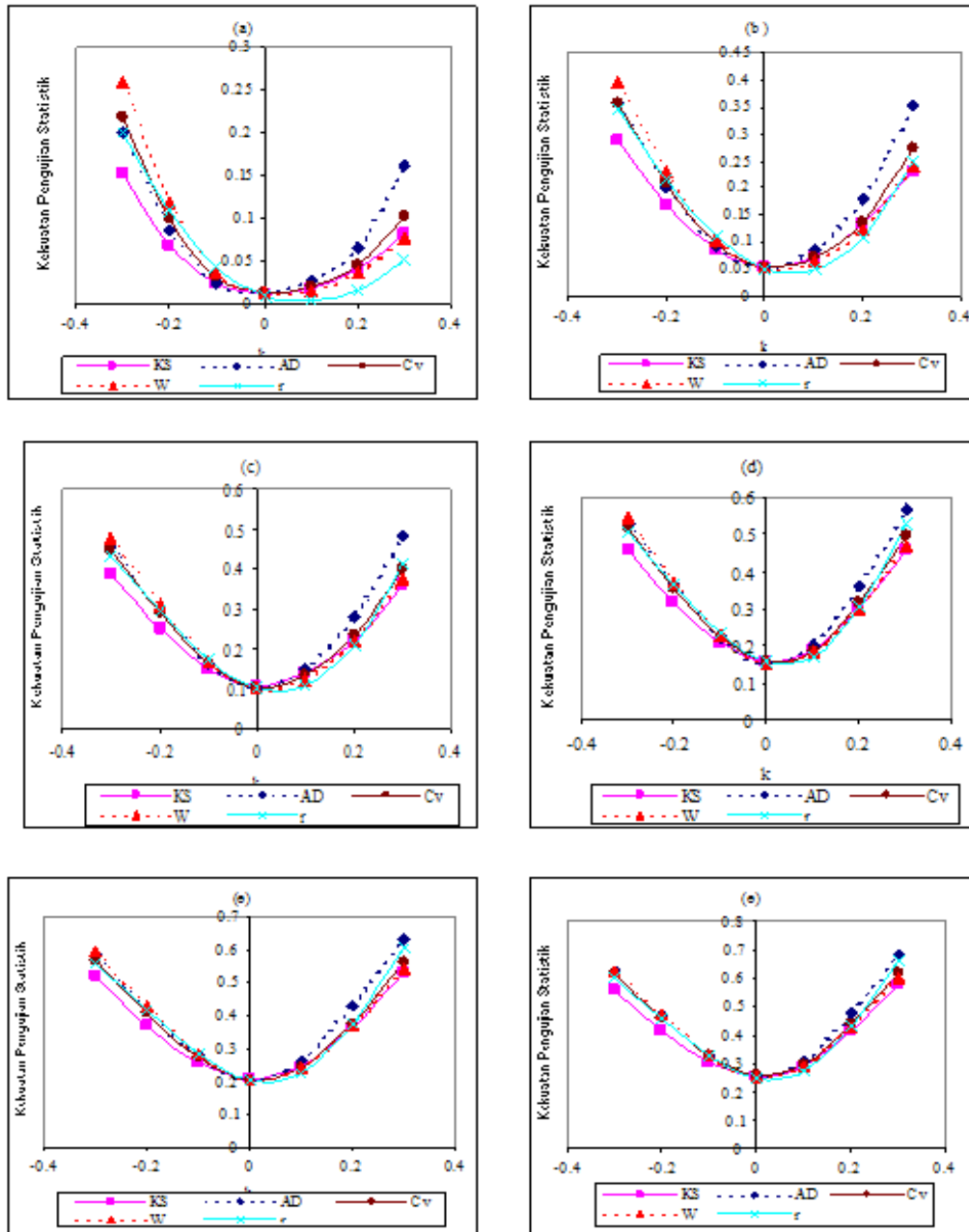
## Rujukan

- [1] C. Cunnane, *Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis*. World Meteorological Organization. Operational Hydrology Report, 1989, No.33.
- [2] H. Gunes, D. C. Dietz, P. F. Auclair & A. H. Moore, *Modified Goodness-of-fit Tests for the Inverse Gaussian Distribution*, Computational Statistics & Data Analysis, 24(1997), 63-77.
- [3] F. Famoye, *Goodness-of-fit Tests for Generalized Logarithmic Series Distribution*, Computational Statistics & Data Analysis, 33(2000), 59-67.
- [4] H. D. Fill & J. R. Stedinger. *L-Moment and Probability Plot Correlation Coefficient Goodness-of-fit Tests for the Gumbel Distribution and Impact of Autocorrelation*. Water Resource Research, 1995, 225-229.
- [5] D. Jain & V. P. Singh. *Estimating Parameters of EV1 Distribution For Flood Frequency Analysis*. Water Resources Bulletin. Vol(23)1987, 59-70.

- [6] B. Onoz & M. Bayazit. *Power Distribution for Low Streamflows*, Journal of Hydrologic Engineering. Vol. 6(5), 2001, 429-435.
- [7] B. Onoz & M. Bayazit. *GEV-PWM Model For Distribution of Minimum Flows*. Journal of Hydrologic Engineering. Vol. 4(3), 1999. 289-292.
- [8] W. J. Park & M. Seoh. *More Goodness-of-Fit Tests for the Power-Law Process*. IEEE Trans.Reliability, Vol 43(2), 1994, 275-278.
- [9] H. N. Phien & A. Arbhahhira. *A Comparison of Statistical Tests on the Extreme Value Type-1 Distribution*. Water Resources Bulletin. Vol.16(5), 1981, 856-861.
- [10] J. A. Raynal & J. D. Salas. *Estimation Procedures For The Type 1 Extreme Value Distribution*. Journal of Hydrology. 87(1986), 315-336.
- [11] T. Shimokawa & M. Liao, *Goodness-of-fit tests for Type-I Extreme-Value and 2 Parameter Weibull Distribution*. Realibility, IEEE Transactions on, 48, 1999, 79-86.
- [12] R. M. Vogel, *The Probability Plot Correlation Coefficient Test for the Normal, Log-normal, and Gumbel Distribution Hypotheses*. Water Resource Research, 22(4), 1986, 587-590.
- [13] R. M. Vogel & C. N. Kroll, *Low-Flow Frequency Analysis Using Probability-Plot Correlation Coefficients*. Journal of Water Resources Planning and Management. 115(3), 1989, 338-357.



Rajah 3: Perbandingan Kekuatan Pengujian Statistik Bagi Taburan EV1 Melawan taburan GEV Pada Aras Keertian 0.05 untuk  $n= 10$  dan 40



Rajah 4: Kesan Perubahan Aras Keertian (a). 0.01, (b). 0.05, (c). 0.1, (d). 0.15, (e). 0.2, (f). 0.25 Keatas Kekuatan Pengujian Statistik Bagi Taburan EV1 Menggunakan Kaedah LMOM

Jadual 1: Kedudukan Kekuatan Pengujian Statistik AD, W, KS, CM dan R Bagi Taburan EV1 Menggunakan Kaedah Penganggar LMOM, MOM Dan KDT (Simetri Tertib) Pada Aras Keertain 0.05

n	k	LMOM					MOM					KDT				
		AD	KS	CM	W	R	AD	KS	CM	W	R	AD	KS	CM	W	R
5	-0.3	0.062	0.063	0.076	0.064	0.068	0.061	0.068	0.101	0.066	0.068	0.037	0.068	0.075	0.063	0.049
	-0.2	0.061	0.062	0.069	0.063	0.049	0.046	0.075	0.075	0.064	0.049	0.037	0.065	0.069	0.046	0.043
	-0.1	0.047	0.049	0.051	0.048	0.046	0.044	0.058	0.057	0.048	0.046	0.041	0.047	0.051	0.044	0.042
	0	0.049	0.048	0.049	0.050	0.050	0.049	0.047	0.049	0.048	0.050	0.050	0.044	0.048	0.048	0.048
	0.1	0.066	0.063	0.063	0.066	0.069	0.069	0.042	0.046	0.063	0.069	0.060	0.047	0.061	0.064	0.068
	0.2	0.069	0.063	0.064	0.068	0.071	0.074	0.041	0.048	0.061	0.071	0.077	0.065	0.068	0.065	0.070
	0.3	0.086	0.078	0.080	0.085	0.089	0.091	0.044	0.055	0.073	0.089	0.096	0.065	0.070	0.079	0.088
	Min	0.060	0.068	0.062	0.061	0.060	0.069	0.068	0.062	0.068	0.060	0.057	0.054	0.069	0.066	0.067
10	-0.3	0.136	0.125	0.156	0.156	0.151	0.135	0.186	0.210	0.164	0.151	0.101	0.134	0.162	0.142	0.140
	-0.2	0.087	0.082	0.100	0.101	0.101	0.085	0.124	0.142	0.109	0.101	0.062	0.091	0.106	0.091	0.094
	-0.1	0.055	0.055	0.066	0.064	0.064	0.054	0.080	0.089	0.068	0.064	0.046	0.061	0.067	0.061	0.060
	0	0.049	0.048	0.048	0.049	0.047	0.047	0.047	0.051	0.045	0.047	0.048	0.049	0.048	0.048	0.046
	0.1	0.062	0.057	0.054	0.052	0.050	0.062	0.036	0.037	0.044	0.050	0.070	0.053	0.051	0.055	0.063
	0.2	0.086	0.078	0.076	0.071	0.076	0.093	0.032	0.035	0.057	0.076	0.111	0.070	0.069	0.075	0.082
	0.3	0.153	0.115	0.116	0.105	0.127	0.150	0.038	0.046	0.078	0.127	0.174	0.101	0.104	0.104	0.133
	Min	0.091	0.080	0.088	0.085	0.088	0.089	0.078	0.087	0.081	0.088	0.087	0.080	0.087	0.082	0.087
25	-0.3	0.357	0.288	0.357	0.395	0.345	0.368	0.369	0.454	0.410	0.345	0.321	0.303	0.359	0.389	0.346
	-0.2	0.203	0.168	0.208	0.229	0.215	0.214	0.234	0.287	0.250	0.215	0.180	0.176	0.214	0.223	0.217
	-0.1	0.082	0.085	0.099	0.104	0.112	0.100	0.122	0.144	0.117	0.112	0.082	0.091	0.101	0.107	0.113
	0	0.055	0.055	0.055	0.055	0.052	0.053	0.054	0.051	0.051	0.052	0.059	0.055	0.055	0.054	0.057
	0.1	0.085	0.073	0.073	0.066	0.060	0.075	0.025	0.022	0.048	0.050	0.097	0.070	0.066	0.067	0.064
	0.2	0.181	0.133	0.136	0.122	0.107	0.150	0.019	0.025	0.083	0.107	0.212	0.120	0.128	0.124	0.132
	0.3	0.354	0.232	0.274	0.241	0.249	0.303	0.028	0.047	0.151	0.249	0.407	0.213	0.239	0.229	0.299
	Min	0.190	0.148	0.172	0.173	0.161	0.180	0.122	0.147	0.159	0.161	0.194	0.147	0.165	0.172	0.175
40	-0.3	0.541	0.431	0.525	0.577	0.494	0.560	0.517	0.630	0.591	0.494	0.502	0.457	0.523	0.585	0.490
	-0.2	0.308	0.234	0.301	0.336	0.310	0.332	0.323	0.409	0.364	0.310	0.284	0.254	0.309	0.354	0.306
	-0.1	0.118	0.094	0.119	0.133	0.149	0.133	0.149	0.186	0.154	0.149	0.109	0.107	0.128	0.144	0.147
	0	0.051	0.049	0.052	0.051	0.055	0.053	0.049	0.050	0.053	0.056	0.053	0.052	0.054	0.053	0.059
	0.1	0.102	0.084	0.084	0.075	0.063	0.084	0.018	0.016	0.056	0.053	0.115	0.077	0.079	0.075	0.066
	0.2	0.277	0.182	0.211	0.187	0.161	0.218	0.013	0.021	0.117	0.161	0.310	0.170	0.189	0.181	0.196
	0.3	0.548	0.357	0.437	0.397	0.432	0.461	0.021	0.045	0.245	0.432	0.608	0.336	0.397	0.377	0.484
	Min	0.278	0.204	0.247	0.251	0.235	0.263	0.156	0.194	0.226	0.236	0.283	0.208	0.240	0.253	0.250
Min Keseluruhan		0.0745	0.0683	0.0740	0.0722	0.0732	0.0733	0.0671	0.0735	0.0684	0.0732	0.0711	0.0663	0.0719	0.0680	0.0709
Kedudukan		2	12	6	4	9	3	15	13	11	10	1	14	8	7	5